Bruno de Finetti e l'insegnamento della matematica nella scuola secondaria

BRUNO DE FINETTI E L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA NELLA SCUOLA SECONDARIA

Silvia Capuzzo e Erika Luciano
Dipartimento di Matematica 'G. Peano' – Università di Torino

Sunto. *Tra le molteplici proposte formulate nel diciannovesimo e ventesimo secolo da importanti matematici italiani nel tentativo di rinnovare il nostro sistema scolastico spicca, senza ombra di dubbio, quella di Bruno de Finetti, insigne studioso di calcolo delle probabilità e statistica. Dai suoi numerosi articoli pubblicati su autorevoli riviste didattiche e non, emergono i tratti fondamentali del suo pensiero in merito all'insegnamento della matematica: dal fusionismo al metodo socratico e genetico, dall'importanza di 'scatenare' l'intelligenza alla didattica per problemi. Risultano inoltre significative, mirate, ricche di humor e, purtroppo, ancora attuali le critiche mosse da de Finetti alle 'storture' ̃ come egli amava definirle ̃ della scuola secondaria italiana.*

1. Chi è Bruno de Finetti

Nato ad Innsbruck il 13 giugno 1906, Bruno de Finetti si iscrive nel 1923 alla facoltà di Ingegneria del Politecnico di Milano che frequenta per tre anni, prima di passare al corso di studi in Matematica dell'Università. Il 21 novembre 1927 si laurea con lode discutendo, sotto la direzione di Giulio Vivanti, una tesi di analisi vettoriale in ambito affine. Il suo talento per la ricerca era tuttavia già emerso nei mesi precedenti la laurea quando, incoraggiato da C. Foà, G. Mortara e dallo stesso Vivanti, il giovane studente aveva pubblicato sulla rivista *Metron* di C. Gini l'articolo *Considerazioni matematiche sull'eredità mendeliana*.[1] Qui, sulla scorta della lettura delle opere di Paolo Enriques e di Carlo Foà, egli affrontava lo studio analitico di alcuni problemi di biologia matematica inerenti le leggi di riproduzione delle popolazioni, dando prova di una salda maturità culturale e di un gusto innato per le applicazioni della matematica alle scienze della vita.

Conseguita la libera docenza in Analisi, de Finetti si trasferisce a Roma, dove lavora fino al 1931 presso l'Ufficio matematico dell'Istituto Centrale di Statistica. A quell'anno risale pure la pubblicazione di due fra i suoi contributi più rilevanti: il volume *Probabilismo, saggio critico sulla teoria delle probabilità e sul valore della scienza*, apparso nella collana Logos, e *Sul significato soggettivo della probabilità*, edito nella rivista internazionale

---

[1] Da questo articolo sarebbero scaturite altre tre pubblicazioni di de Finetti inerenti la biologia matematica, fra cui due corpose note intitolate *Conservazione e diffusione dei caratteri mendeliani* presentate da Foà all'Accademia Nazionale dei Lincei (Rend. Acc. Naz. Lincei, 5, 1927, pp. 913-921, l024-1029).

Fundamenta Mathematicae. In questi scritti si trovano per la prima volta illustrate le riflessioni sul significato soggettivo della probabilità che avrebbero reso celebre il nome di de Finetti in tutto il mondo scientifico e filosofico. Secondo la nuova prospettiva, occorre ammettere che «ogni valutazione di probabilità non ha né può avere che un valore essenzialmente e esclusivamente psicologico»[2]. Il fatto di prescindere da ogni eventuale interpretazione oggettiva dei concetti fondamentali, non vuol dire però rinunciare a dedurre e a ricostruire con pieno rigore la teoria delle probabilità. Il vantaggio della nuova concezione soggettiva risulta allora innegabile e immediato:

> «il nostro modo di prospettare e impostare i fondamenti del calcolo delle probabilità consente infatti di separare ciò che in ogni problema vi è di logico e quanto ha natura e valore puramente empirici. È appunto tale distinzione che occorre stabilire in una qualunque teoria matematica per poterne approfondire utilmente la critica dei principi, ed è questa distinzione che mancava finora nel calcolo delle probabilità, ancora perciò tanto lontano dal rigore formale ormai forse raggiunto in tutti gli altri campi delle matematiche. Chiarito questo punto, di ogni problema si potrà dire se è logicamente determinato o è indeterminato, togliendo così di mezzo tanti dubbi e incertezze che tuttora sussistono.»[3]

L'impostazione di ogni problema probabilistico comporta dunque, secondo de Finetti, due fasi nettamente distinte: quella formale, da trattare matematicamente, che implica la 'caratterizzazione delle opinioni non incoerenti' e quella che consiste nella scelta di una fra tali opinioni. La sola differenza che intercorre fra l'approccio soggettivo e quello oggettivo risiede in questa fase di scelta che, secondo il primo, è libera e arbitraria, affidata alla pratica e al buon senso del singolo individuo, mentre per il secondo «non può che essere quella giusta».[4]

Poco dopo la pubblicazione dei due lavori sul significato soggettivo della probabilità, nel 1931 de Finetti si stabilisce a Trieste e viene assunto presso le Assicurazioni Generali. Contemporaneamente, egli prosegue la sua attività scientifica e didattica negli Atenei di Padova e di Trieste dove vincerà infine, nel 1939, il concorso per la cattedra di Matematica Finanziaria.

L'immediato dopoguerra lo vede fra i fondatori dell'Istituto Doxa insieme a Pierpaolo Luzzatto Fegiz. A partire dal 1946 egli decide di dedicarsi esclusivamente alla ricerca e al'insegnamento, dapprima a Trieste sulla cattedra di Matematica Attuariale e poi, dal 1954, presso La Sapienza di Roma. In quest'ultima sede terrà per lunghi anni il corso di Matematica Finanziaria e quello di Calcolo delle Probabilità istituito da Guido Castelnuovo, divenendone titolare nel 1961.

[2] B. de Finetti, *Sul significato soggettivo della probabilità*, 1931, p. 298.
[3] B. de Finetti, *Sul significato soggettivo della probabilità*, 1931, p. 299.
[4] B. de Finetti, *Sul significato soggettivo della probabilità*, 1931, p. 299.

La fama dei contributi di de Finetti si va intanto diffondendo in Italia e all'estero, grazie anche alla sua attiva partecipazione a importanti convegni. Fra i suoi soggiorni all'estero spicca quello americano del 1950, durante il quale, recatosi a Cambridge per il X Congresso internazionale dei matematici, conosce L.-J. Savage, con il quale instaura un saldo sodalizio scientifico e umano, e che contribuirà alla diffusione in ambito anglosassone della concezione soggettiva della probabilità.

Agli interessi di natura strettamente matematica, de Finetti accosta pure, fin dai primi anni Sessanta, una spiccata sensibilità per le problematiche dell'insegnamento e un forte impegno nel campo educativo: nel 1962 istituisce infatti a Roma le prime gare matematiche fra studenti, 'imitando' l'esperienza avviata da Giovanni Prodi a Trieste, e attiva cicli di seminari su temi di didattica. Nel 1966-67 partecipa ai due convegni che si svolgono a Frascati, mirati ad elaborare una bozza di programmi per il primo biennio della scuola secondaria superiore e per il triennio di quelle liceali. Membro della CIIM (Commissione Italiana per l'Insegnamento Matematico) dal 1967, de Finetti è presidente della *Mathesis* dal 1970 al 1981 e, nello stesso periodo, direttore del *Periodico di Matematiche*. Questa rivista ospita numerosi suoi interventi, in cui sostiene con decisione la necessità di rendere intuitiva la matematica, schierandosi apertamente contro le posizioni bourbakiste e denunciando, con caustica ironia, la situazione dell'istruzione scientifica in Italia.

Numerose onorificenze scandiscono la carriera di de Finetti: egli riceve la medaglia d'oro ai Benemeriti della Scuola, della Cultura e dell'Arte (1973), la laurea *honoris causa* in Economia all'Università Luiss di Roma (1982) e il titolo di professore emerito della Facoltà di Scienze dell'Università di Roma 1 (1980). È inoltre *fellow* dell'Econometric Society (1961), membro del Centre International de Formation Européenne dal 1973 e della Commissione Scientifica dell'UMI fra il 1973 e il 1976, socio nazionale dell'Accademia Nazionale dei Lincei dal 1980 e membro onorario della Società Italiana di Statistica dal 1981.

Muore a Roma il 20 luglio 1985.

2. L'approccio controcorrente all'educazione matematica

Il pensiero di de Finetti in relazione alle problematiche didattiche è delineato con grande lucidità in più di una cinquantina di articoli,[5] che si affiancano ai volumi *Matematica logico intuitiva* (1959) e *Il saper vedere in matematica* (1967).

Esso è il frutto di una variegata trama di suggestioni, tratte dagli scritti di autori come G. Vailati, F. Enriques, F. Klein, G. Castelnuovo, U. Amaldi, F. Severi, G. Peano, talora implicite e difficili da individuare, ma nondimeno essenziali per cogliere gli elementi di originalità delle proposte definettiane.

---

[5] Oltre agli scritti di de Finetti citati nelle note e nella bibliografia primaria di questo articolo si rimanda all'elenco completo delle sue opere pubblicato sul sito web http://www.brunodefinetti.it/index_it.htm.

L'influenza della lettura di volumi classici quali l'*Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus* di Klein o *Le matematiche nella storia e nella cultura* di Enriques è tuttavia solo una delle componenti cui de Finetti attinge, all'atto di costruire e precisare la propria visione dell'insegnamento della matematica. Altri elementi che non possono essere trascurati sono:

- il retaggio della sua adesione all'esperienza del Centro di Studi Metodologici di Torino, nel cui ambito si avvicina alla "tradizione di logica scientifica della scuola di Peano"[6] ed inizia a sviluppare le riflessioni sull'intuizione e la logica nella scoperta matematica (1952);
- i contatti con il gruppo di ricerca romano attivo sul fronte della didattica cui sono legati, tra gli altri, T. Viola, E. Castelnuovo, L. Mancini Proia, M. Pellerey e L. Lombardo-Radice;
- la partecipazione ai lavori della CIIM e dell'ICMI, soprattutto in occasione del colloquio di Villa Falconieri (1964) e del congresso di Exeter (1972);
- la conoscenza meditata e critica dei contributi e delle posizioni di molti colleghi italiani ed esteri impegnati nel dibattito pedagogico (da G. Polya a H. Freudenthal, da P. Levy a T. Varga, da S. Ciampa a G. Prodi, dai bourbakisti a R. Courant e H. Robbins, da G. Papy a J. Bruner e a I. Illich, solo per citarne alcuni);
- la propria formazione culturale, a contatto con docenti di opposte tendenze metodologiche e didattiche, come O. Chisini e U. Cassina;
- la sua esperienza di genitore, che lo portò a toccare con mano le pecche del sistema scolastico italiano e a denunciarle coniando slogan e neologismi indimenticabili: il morbo della trinomite, la matematica per deficienti, …

Grazie a quest'ampia gamma di influenze intellettuali e di ambiti di azione, l'impegno di de Finetti nel campo educativo tocca, per così dire, tutti i suoi aspetti: dall'elaborazione dei programmi di matematica per la scuola secondaria, alla battaglia in favore del suo abbinamento alle scienze nella scuola media, dalla denuncia dei difetti della scuola italiana, all'analisi dei problemi dell'apprendimento e della formazione dei docenti, dal resoconto delle iniziative didattiche internazionali alla valorizzazione di singole figure di educatori quali don L. Milani.

Nei paragrafi seguenti, facendo particolare riferimento al volumetto *Il saper vedere in matematica*, ripercorreremo in dettaglio alcuni tratti essenziali della visione definettiana dell'insegnamento matematico.

3. La matematica e i suoi scopi

Secondo de Finetti la matematica, lungi dall'essere una disciplina fine a se stessa, deve essere necessariamente orientata all'interpretazione dei fenomeni naturali e dei processi peculiari dell'attività mentale umana. Solo intrattenendo

[6] B. de Finetti, *Visione unitaria e visioni frammentarie sul ruolo delle probabilità nelle applicazioni*, 1950, p. 153.

stretti legami con le altre scienze, verso le quali non deve manifestare alcun spirito di competizione o di esclusivismo, la matematica può infatti svolgere la sua autentica 'funzione vivificatrice' che

> *«... sgretola, scava, corrode con la sua critica, le certezze di oggi il cui crollo ci può atterrire, ma essa sta già sempre tessendo, spesso anche senza rendersi conto di tale destinazione, la tela di ragno della nuova provvisoria certezza.»*[7]

Il compito della matematica non è allora quello di "fare i calcoli", bensì quello di

> *«abituare a vedere ogni cosa in prospettive più penetranti e suggestive, a "crearsi" modelli secondo le esigenze e vagliarne la funzionalità per sempre meglio adeguarli ad esse.»*[8]

È, questa, una visione ben lontana da quella comunemente accettata e de Finetti ne è conscio: alla maggior parte delle persone, infatti, nulla appare tanto arido, freddo e inutile quanto la matematica, considerata una materia 'difficile', preclusa a chi non è dotato di speciali attitudini. Tale preconcetto, rafforzato dalle infelici esperienze scolastiche vissute dai più, porta inevitabilmente a credere che, ad eccezione del saper far di conto, la matematica risulti del tutto priva di utilità nella vita quotidiana. Di fronte a questo quadro di dilagante analfabetismo scientifico, la diagnosi è secca:

> *«la colpa è nostra, dei matematici, perché non vogliamo o non cerchiamo o non sappiamo presentare la matematica in modo rispondente alle esigenze del profano.»*[9]

4. L'insegnamento della matematica: difetti e proposte

A rendersi urgente è, di conseguenza, una riforma radicale e globale dell'insegnamento della matematica. Per giungervi, è essenziale partire, secondo de Finetti, da una critica attenta e da una denuncia senza reticenze delle 'storture' o 'malattie' che affliggono il sistema scolastico italiano, in modo da suggerire soluzioni mirate alle reali esigenze dei singoli contesti educativi.

Una mente aperta per conoscere

Il primo difetto individuato è la chiusura di pensiero che caratterizza, nella tradizionale impostazione didattica, la trasmissione e l'acquisizione della conoscenza, ovvero la deleteria tendenza a veicolare la scienza sotto le mentite spoglie di un sapere a-storico e fossilizzato, i cui risultati sono assunti come verità eterne e indiscutibili.

---

[7] B. de Finetti, *La funzione vivificatrice della matematica*, 1949, p. 34.
[8] B. de Finetti, *Obiettività e oggettività: critica a un miraggio*, 1962, p. 356.
[9] B. de Finetti, *Programmi e criteri per l'insegnamento della matematica alla luce delle diverse esigenze*, 1965, p. 120.

Facendo tesoro degli inviti di Vailati, Enriques e Peano a preservare la dimensione storica nell'insegnamento della matematica, de Finetti propone invece di esporre in classe

> «le "verità di oggi" …, ma presentandole come "le verità di oggi", cioè come una tappa raggiunta dopo e grazie a tante altre».[10]

In questa nuova forma di presentazione dei contenuti scientifici non devono essere omessi neppure gli 'errori', alla cui analisi de Finetti attribuisce – *à la* Enriques – un ruolo fondamentale nel processo cognitivo e di apprendimento. Il loro esame, infatti, da un lato consente all'allievo di cogliere con maggiore consapevolezza la genesi dei concetti astratti e, dall'altro, permette al docente di stabilire se siano state effettivamente interiorizzate – e non solo memorizzate e ripetute pappagallescamente – le varie definizioni e proprietà. L'orizzonte è dunque, per de Finetti, quello di superare una volta per tutte quei metodi di insegnamento ancora largamente diffusi in Italia nel secondo dopo guerra

> «secondo i quali uno non dovrebbe neppure toccare l'acqua del mare prima di aver imparato a nuotare ... sui libri che spiegano tutti i movimenti necessari!»[11]

Il saper vedere in matematica

Un secondo neo che caratterizza la metodologia didattica è ravvisato nell'abitudine a introdurre sempre 'nuovi' concetti, da sostituire a quelli che l'allievo già possiede, anziché sfruttare questi ultimi per avviare e sostenere in modo continuo il meccanismo di acquisizione e di scoperta dei contenuti matematici. A questo proposito, de Finetti esorta quindi a riscoprire gli appelli di Vailati a non considerare gli allievi alla stregua di anatre da *fois gras*, da "stomacare rimpinzando", e a sforzarsi per contro di

> «suscitare l'appetito con aperitivi ed assaggi, non imbrigliare l'intelligenza per ridurla ad adattarsi a certi schemi obbligati ma accenderla con poche scintille perché possa esplodere e scatenarsi.»[12]

L'obiettivo prioritario dell'educazione diventa così quello di sviluppare nei giovani l'intelligenza, ovvero la capacità di affrontare e risolvere problemi, attraverso un processo educativo che attribuisca alla razionalità il ruolo di "complemento" delle facoltà intuitive, atto a perfezionarle e ad ampliarle, ma non a rimpiazzarle.

È lo stesso de Finetti, nel volume *Il saper vedere in matematica*, a esemplificare questi assunti teorici fornendo tre esempi di problemi, affrontati in epoche storiche diverse, in cui è risultata essenziale la 'scintilla dell'intuizione'.

---

[10] B. de Finetti, *Scatenare l'intelligenza, non soffocarla*, 1960, p. 14.
[11] B. de Finetti, *Paradossi in tema d'insegnamento*, 1957, p. 70.
[12] B. de Finetti, *Scatenare l'intelligenza, non soffocarla*, 1960, p. 15.

ESEMPIO 1: L'intuizione stimolata da un filosofo

In un celebre passo del dialogo platonico *Menone* (IV secolo a. C.), Socrate invita uno schiavo a risolvere il problema di duplicare un quadrato, ovvero di costruire un quadrato di area doppia rispetto a quello dato. Dopo aver ricevuto una prima risposta affrettata, secondo cui basterebbe raddoppiare il lato del quadrato, Socrate conduce lo schiavo passo per passo ad accorgersi che, se il lato raddoppia, l'area non risulta doppia, bensì quadrupla (Figura 1a). A questo punto, incoraggiato da Socrate a visualizzare geometricamente la situazione mediante un disegno, e guidato a ricercare un quadrato avente per area la metà di quello quadruplo, il servo intuisce che la soluzione corretta del problema consiste nel prendere come lato la diagonale del quadrato assegnato (Figura 1b):

> «A conclusioni matematiche si può giungere, dunque, senza aver fatto specifici studi, solo pensando e osservando. Questo rileva Platone, sia pur cercando, come a quei tempi si usava, spiegazioni metafisiche ("idee innate" o reminiscenze di altre vite precedenti).»[13]

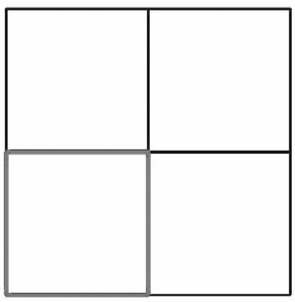

Fig. 1a

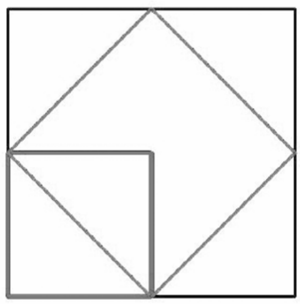

Fig. 1b

ESEMPIO 2: L'intuizione di un matematico bambino

Il secondo esempio selezionato da de Finetti si riferisce al famoso aneddoto sull'infanzia di Carl Friedrich Gauss (1777-1855) secondo cui, durante una lezione, il maestro, per poter correggere i compiti senza esser disturbato, avrebbe assegnato agli allievi un lungo e tedioso esercizio: sommare tutti i numeri da 1 a 100. Il piccolo Gauss, in quell'occasione, avrebbe destato lo stupore del maestro consegnandogli quasi immediatamente il risultato: 5050. Egli aveva infatti osservato che, accoppiando gli addendi (1 e 100, 2 e 99, 3 e 98... e così via fino a 50 e 51, come mostrato in fig. 2) si ottenevano 50 coppie di numeri la cui somma è sempre 101. Il problema assegnato poteva perciò essere trasformato in quello di determinare la somma di 100 addendi tutti con ugual valore, pari alla semisomma del primo e dell'ultimo termine della successione assegnata:

[13] B. de Finetti, *Il saper vedere in matematica*, 1967, p. 2.

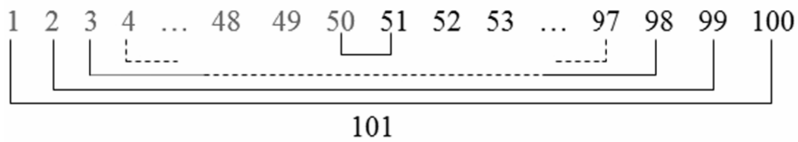

Fig. 2.

$$\frac{(1+100)}{2}=\frac{101}{2}=50,5\,.$$

> «Gauss era Gauss, d'accordo. – *conclude de Finetti* – Però quest'osservazione era semplice: prestando un po' d'attenzione al problema, forse qualunque bambino avrebbe potuto accorgersi di questa proprietà e sfruttarla. E saper vedere le cose semplici e degnarsi di rifletterci sopra è la cosa più importante ...: così e soltanto così finiscono per apparire comprensibili intuitive ed ovvie altre cose sempre più complicate.»[14]

ESEMPIO 3: L'intuizione di un allievo di scuola media

Il terzo esempio proposto nel libretto *Il saper vedere in matematica* ha per protagonista Massimo Campanino, uno studente di 13 anni che, nell'anno scolastico 1964-65, frequentava la terza media della scuola "T. Tasso" di Roma. Il giovane aveva individuato un metodo diverso, e più semplice di quello tradizionale, per calcolare il volume di un ottaedro. Egli aveva infatti notato che, considerando 4 tetraedri di lato uguale a quello dell'ottaedro dato, e sovrapponendo una faccia di questi con una dell'ottaedro, scelta in modo alternato (fig. 3), l'ottaedro di partenza veniva completato per formare un tetraedro di lato doppio rispetto al primo, e quindi di volume 8 volte maggiore di quelli aggiunti[15]. Egli aveva poi osservato che, togliendo i 4 tetraedri, rimaneva l'ottaedro iniziale e si poteva quindi concludere che l'ottaedro considerato aveva volume quadruplo rispetto al tetraedro di ugual lato.

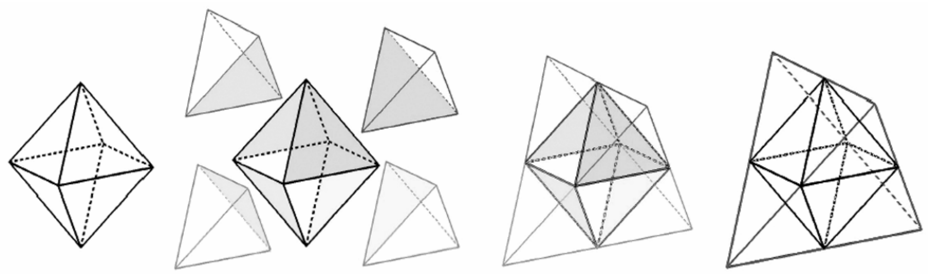

Fig. 3.

[14] B. de Finetti *Il saper vedere in matematica*, 1967, p. 2.

[15] La proprietà secondo cui, raddoppiando il lato di un solido regolare il volume diventa otto volte maggiore, è intuitiva per il *cubo* seguendo un ragionamento analogo a quello seguito per il quadrato nel caso di Socrate e lo schiavo.

> «Come mai – *si chiede de Finetti* – uno studente di scuola media, sia pure particolarmente dotato, ha potuto vedere quel problema sotto un aspetto non propinatogli da libri e docenti? Occorre dire che l'insegnante, in quella classe, è la professoressa Emma Castelnuovo, il cui metodo d'insegnamento tende a stimolare l'intelligenza anziché a soffocarla (come in genere avviene) sotto aridi nozionismi talora pretesamente pratici, talora pretesamente scientifici.»[16]

La conclusione che si trae da questi tre esempi nel loro complesso appare scontata e consiste, per de Finetti, nel dimostrare inequivocabilmente

> «come sia possibile, e come riesca istruttivo, giungere a conclusioni interessanti pensando direttamente a problemi concreti, senza impiegare teorie o ricette stereotipate di sapore scolastico. Ciò non vuol dire che tali teorie e procedimenti non servono, bensì che, anche quando occorre usarli, si può giungere molto più oltre, con maggior gusto e minor fatica, se si cerca di "vedere" ogni singolo problema in modo da sfruttare con criterio ogni particolare utile. Ed è anzi proprio e soltanto in questo modo che [voi studenti] potrete valorizzare gli insegnamenti avuti a scuola, e far sì che la fatica vostra e dei vostri insegnanti non vada sprecata.»[17]

Il fusionismo e la visione globale del sapere

Se la matematica svolge la sua vera 'missione' vivificatrice quando travalica l'ambito di sua stretta competenza, per aprirsi a divenire chiave di comprensione delle altre scienze, è chiaro che, anche nella sua presentazione didattica, si debba correggere la tendenza a suddividere il sapere in compartimenti stagni, in ossequio a schemi artificiosamente strutturati secondo vaghi principi di autonomia didattica e di dignità disciplinare.

Affinché l'apprendimento risulti fruttifero, occorre anzi che ogni nuova nozione introdotta in scuola vada ad arricchire il patrimonio culturale dell'allievo, collegandosi con il maggior numero possibile di conoscenze che egli ha già acquisito. Secondo la metafora coniata da de Finetti:

> «Le singole cose che uno apprende (a scuola o non importa come) sono dei pezzi utili per il montaggio di una efficiente macchina intellettuale ed utili se ed in quanto vengono utilizzati per tale montaggio. Cosa direste di chi acquistasse le parti occorrenti per mettere insieme un'automobile (o un apparecchio radio, o magari un giocattolo) e invece le conservasse inutilizzate, vuoi trascuratamente in disordine, vuoi esposte in bell'ordine in una vetrina? Perciò diciamo che capire significa collegare.»[18]

---

[16] B. de Finetti *Il saper vedere in matematica*, 1967, p. 3.
[17] B. de Finetti *Il saper vedere in matematica*, 1967, p. 3.
[18] B. de Finetti *Il saper vedere in matematica*, 1967, p. 13.

In alcuni casi, indubbiamente, una certa frammentazione del sapere può risultare inevitabile nella prassi di insegnamento, ad esempio a fini esplorativi o per 'fissare le idee', ma in ogni caso essa deve caratterizzare solo in modo momentaneo il processo formativo.

Analogamente, come già avevano sottolineato – fra gli altri – Klein e Castelnuovo, deve essere il più possibile evitata la separazione, altrettanto nociva, fra teoria e pratica. L'obiettivo a ogni livello scolare consiste infatti nel

> «partire umilmente dai casi concreti, dai problemi pratici, da ciò che può di per sé interessare e divertire, convincendo che c'è sotto qualcosa che merita attenzione e promette di rivelare orizzonti nuovi»[19]

per procedere in un secondo momento all'esposizione sistematica e logicamente rifinita delle differenti teorie.

Per dare concretezza alle sue indicazioni circa l'importanza del 'saper collegare' in matematica, de Finetti porta, anche in questo caso, un esempio assai suggestivo. Il problema da lui proposto è il seguente: siano date tre località diverse *A, B, C*, dove conviene scegliere il luogo per costruire una scuola che le serva tutte e tre? Per semplicità de Finetti suggerisce di considerare le distanze in linea d'aria (ovvero senza tener conto di quei fattori che possono condizionare nella realtà la soluzione, quali il percorso stradale, la scelta del mezzo di trasporto, ecc.) e di ammettere che il numero di abitanti e di scolari sia lo stesso per tutte e tre le località. Si tratta quindi di individuare un punto *P* per cui risulti minima la somma delle tre distanze $\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}$, ovvero *P* deve essere il punto verso cui far convergere i tre tronchi stradali per congiungere *A, B, C* con la minima spesa. Secondo de Finetti, la risposta può essere fornita in modo immediato a patto di affidarsi all'intuizione:

> «pensando all'equilibrio marginale da un punto di vista fisico: in P [Figura 4] i tre tronchi devono formare tra loro tre angoli uguali (120°), solo modo perché tre forze uguali possano farsi equilibrio (ciascuna dovendo essere sulla bisettrice delle altre due). In termini economici: se si fosse scelta, per il nodo, una posizione diversa dal punto P dove i tre angoli sono uguali, ci sarebbe stata la possibilità di risparmiare spostandola (nella direzione corrispondente all'azione risultante delle tre ipotetiche forze), perché l'aggravio dovuto all'allungamento di uno (o due) dei tre tronchi sarebbe stato più che compensato dal risparmio derivante dall'accorciamento degli altri due (o uno). Non c'è pertanto, fuori di P, equilibrio fra gli effetti marginali in più e in meno.»[20]

---

[19] B. de Finetti, *Scatenare l'intelligenza, non soffocarla*, 1960, p. 16 e 17.

[20] B. de Finetti *Il saper vedere in matematica*, 1967, p. 19.

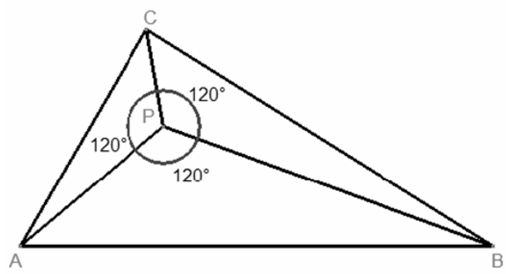

Fig. 4

Dal punto di vista geometrico, prosegue il matematico, per individuare il punto *P* desiderato si deve considerare la circonferenza *α* passante per *B* e *C* e avente centro nel punto *A**, vertice del triangolo isoscele che ha *BC* come base e gli angoli adiacenti alla base di 30°. Si nota dunque che l'angolo $B\hat{A}^{*}C$ esterno al triangolo misura 240° ed è angolo al centro della circonferenza α sotteso dall'arco $\overline{BC}$. Allora, sfruttando la proprietà secondo cui un angolo al centro è doppio di quello alla circonferenza che insiste sullo stesso arco, si può concludere che il punto *P* deve essere il vertice del corrispondente angolo alla circonferenza, e pertanto deve appartenere all'opposto arco *BC* che interseca il triangolo. Una simile costruzione e un ragionamento identico si possono seguire per le circonferenze γ e *β* tracciate rispettivamente per *A* e *B*, e per *A* e *C*, aventi centro corrispondentemente in *B** e *C**, vertici dei triangoli isosceli di base $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ (Figura 5).

Se, in particolare, il triangolo *ABC* ha un angolo maggiore di 120° il punto *P* desiderato coincide con il vertice dell'angolo ottuso, poiché il punto costruito nel modo precedente risulta essere esterno al triangolo.

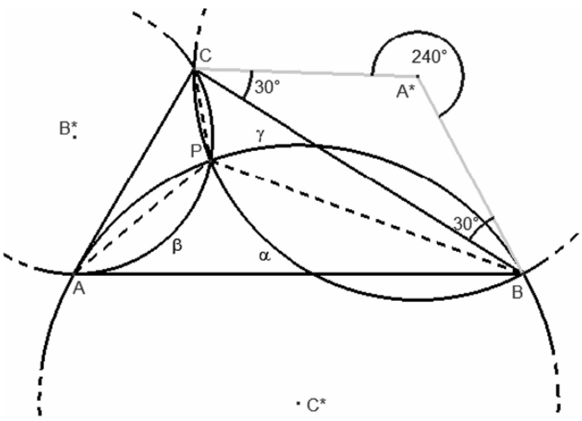

Fig. 5

Astrazione, rigore e formalismo

Un ulteriore 'morbo' dell'insegnamento della matematica è, per de Finetti, quello di seguire procedimenti che risultano eccessivamente lunghi, al punto da risultare diseducativi "perché con il procedere per dettagli si perde la visione d'insieme del problema". Nella tradizionale prassi scolastica, si sopravvaluta infatti il ruolo delle astrazioni, dimenticandosi che esse dovrebbero fungere da meri complementi delle conoscenze intuitive e che, nell'affrontare i problemi, occorre un duplice passaggio: prima dal concreto all'astratto, per impostarli, e poi dall'astratto al concreto, per risolverli.

Di esempi atti a mostrare come, secondo l'opinione comune, siano quasi da disdegnare le competenze che provengono dall'esperienza familiare e quotidiana, non c'è che l'imbarazzo della scelta. Fra questi, de Finetti sceglie il problema del filo teso. Si tratta di un quesito proposto in una gara matematica, in cui si richiede agli studenti come disporre un filo a cappio, infilato nella punta di un cono e teso in un punto verso il basso, ad esempio mediante un peso (fig. 6a).

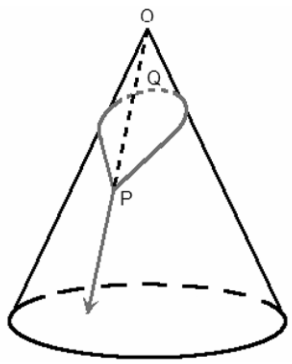

Fig. 6a

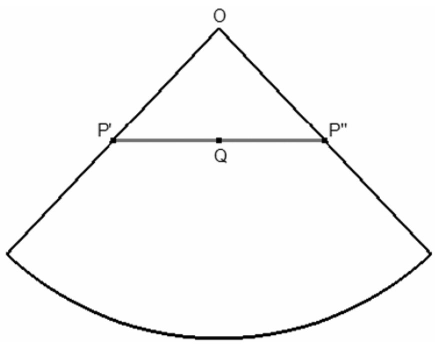

Fig. 6b

Tra i circa 250 partecipanti – ricorda de Finetti – nessuno riuscì a individuare la soluzione; i migliori fecero alcune osservazioni corrette, ma insufficienti per raggiungere la conclusione, e cioè che il filo si dispone secondo la linea più breve o geodetica. Considerando il cono sezionato lungo la generatrice passante per il punto *P*, aperto e poi spianato, si osserva infatti che la linea più breve descritta dal cappio *PQP* corrisponde al segmento congiungente i punti *P'* e *P''* ai quali corrisponde il punto *P* una volta riavvolto il cono (fig. 6b).

> «Certo: la cosa era ovvia – *conclude il matematico*. Probabilmente tutti o quasi tutti coloro che non vi hanno pensato avevano costruito coni (imbuti, cappucci, cartocci) di carta o di cartoncino, da bambini, e avranno visto farne da bottegai e da venditori di caldarroste. Ma se un ragazzo, quando sente parlare di coni o di qualunque altra cosa a scuola, anziché pensare ai veri coni per completare con qualche nuova nozione teorica il molto che già ne ha appreso all'età della scuola materna, relega tali nozioni nel limbo delle astrazioni scolastiche destinato a trasformarsi in dimenticatoio appena possibile, alla fine si ritrova ignorante come non mai. Avrà dissipato il tesoro dell'intelligenza sviluppata nei primi anni di vita, senza trar profitto dalle cose che,

> invece di apprendere, avrà trasformato in vani provvisori imbottimenti.»[21]

Il peggior risvolto di questo tipo di approccio è quello di portare a travisare il ruolo del rigore, riducendolo alla stregua di un orpello inutile o di un bieco strumento di tortura degli studenti. Secondo la concezione definettiana dell'insegnamento, in tutt'altra forma dovrebbe essere trasmessa agli studenti la natura logico-deduttiva della matematica. Educare al rigore significa infatti far toccare loro con mano l'importanza delle riflessioni fondazionali in determinati contesti, illustrando ad esempio cosa accade, nella soluzione di un problema, quando cadono o cambiano una o più ipotesi. Se non si può né si deve tacere la componente ipotetico-deduttiva delle argomentazioni matematiche e l'importanza del simbolismo, non bisogna neppure incorrere nell'eccesso opposto, finendo per identificare il ragionamento rigoroso con il formalismo. Come de Finetti ribadisce in più occasioni

> «le formule non sono che uno strumento ausiliare per precisare meglio quei ragionamenti che si eseguono normalmente col semplice buon senso»[22]

e

> «per apprezzare le formule e il tipo di calcoli che consentono non c'è che capire a cosa servono, convincersi che è utile o anche necessario farne uso, comprendere in che modo conviene pensarne il significato, onde farle apparire un modo appena diverso di scrivere le stesse cose che già ci sono familiari.»[23]

Secondo de Finetti, il ricorso ai segni letterali presenta l'ovvio vantaggio di abbreviare un enunciato. La frase "l'area (A) di un triangolo si ottiene dalla metà del prodotto della base (b) per l'altezza (h)", può infatti essere egregiamente sintetizzata dalla scrittura

$$Area = \frac{base \times altezza}{2}$$

oppure, abbreviando ancora $A = \dfrac{b \times h}{2}$.

Entrambe le formule non solo rappresentano in forma chiara e universale l'affermazione precedente ma, per così dire, ne incorporano già il calcolo, a patto di pensare alle lettere come ad indicazioni provvisorie di grandezze, prima di conoscerne l'effettivo valore.

Il ricorso alla formula può inoltre dar luogo a un vantaggio in termini di generalità del discorso matematico, poiché quando si considerano le lettere

---

[21] B. de Finetti *Il saper vedere in matematica*, 1967, p. 12.
[22] B. de Finetti, *La probabilità e le scienze sociali*, 1955, p. 481.
[23] B. de Finetti *Il saper vedere in matematica*, 1967, p. 24 e 25.

come lunghezze "qualsiasi", la formula diventa una funzione che, al variare di b e h, indica come varia l'area del triangolo.

Un ulteriore guadagno si ha in rapporto all'economia nei calcoli, potendo svolgerli 'sulle lettere stesse'. Si supponga, ad esempio, di voler calcolare l'area di una cornice quadrata, ovvero di un quadrato di lato a da cui si toglie un quadrato interno di lato b (fig. 7). L'area della cornice risulta essere $A = a^2 - b^2$.

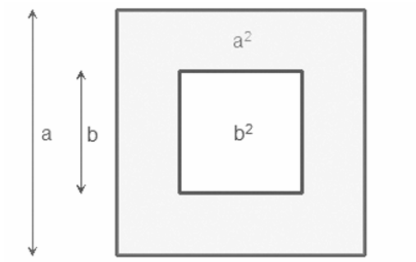

Fig. 7

Conoscendo il prodotto notevole $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, si può scrivere $A = (a+b)(a-b)$ pervenendo così a un'espressione del numero A in genere molto più rapida da calcolare.

Il riconoscimento del prodotto notevole $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ dà poi modo di procedere ad ulteriori deduzioni, come il fatto che il quadrato, fra tutti i rettangoli di ugual perimetro, sia quello di area massima.

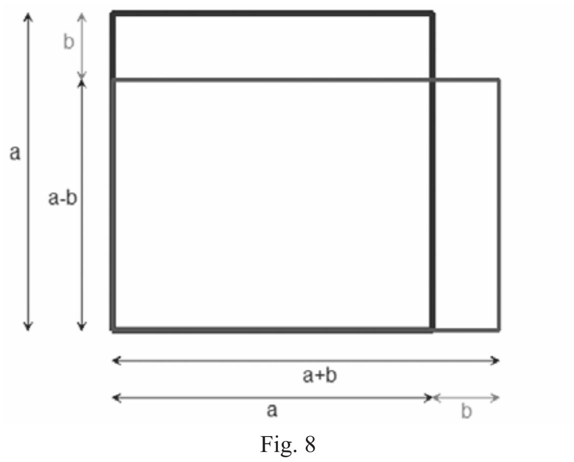

Fig. 8

A partire dal quadrato $a \times a$, si possono infatti ottenere rettangoli di ugual perimetro aumentando un lato e diminuendo l'altro di una stessa lunghezza b, come mostra la fig. 8. Calcolando, però, l'area di questi rettangoli si ottiene sempre $A = (a+b)(a-b)$, che risulta essere pari all'area del quadrato a^2 diminuita di b^2, ossia sempre minore di a^2.

Il docente, secondo de Finetti, può a questo punto valersi di tale conclusione per far dimostrare ai suoi alunni che, fra tutti i rettangoli con due lati sui cateti e un vertice sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo (*OAB*), ha area massima quello con vertice nel punto medio dell'ipotenusa (fig. 9). Nel caso particolare in cui il triangolo *OAB* sia isoscele, detto rettangolo massimo risulta infatti essere un quadrato, per cui si ricade esattamente nel caso precedente.

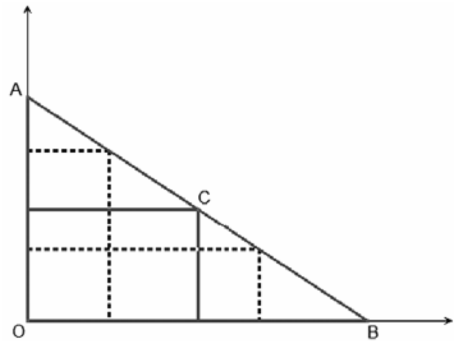

Fig. 9

Conquistare il sapere

L'eccessivo accento posto sul rigore e sul formalismo si accompagna, secondo de Finetti, a un'altra criticità che vizia l'insegnamento italiano, e cioè l'incapacità – talora l'impossibilità – di contrastare l'atteggiamento passivo degli allievi di fronte alla presentazione didattica di nozioni che devono essere subito memorizzate senza errori, e altrettanto velocemente dimenticate.

Al contrario, nella visione definettiana, il compito prioritario del docente è quello di:

> «suscitare interesse e curiosità con visioni ampie e suggestive, insegnare, più "per problemi che per teorie", usare ogni metodo utile ad ampliare le prospettive.»[24]

Di qui discende facilmente che la metodologia più efficace per conseguire una formazione culturale completa e duratura sia quella *socratico-genetica*, in cui si attribuisce estrema importanza al momento della scoperta e in cui si cerca costantemente di instaurare connessioni fra le idee astratte e i fenomeni concreti che quelle descrivono e cui si applicano. Solo seguendo questo orientamento, gli studenti possono essere portati a costruire in modo attivo i concetti, partendo da spunti tratti dalla vita reale, a 'farli nascere' gli uni dagli altri, a scoprirne le proprietà e infine a riordinare gradualmente le conoscenze acquisite in una struttura teorica definitiva e pienamente rigorosa.

Al docente è dunque richiesta un'impegnativa opera di mediazione epistemico-cognitiva che, oltre all'esercizio dell'arte maieutica, comprende la capacità di 'salvare' la scolaresca dal proverbiale 'perdersi in un bicchier d'acqua':

[24] B. de Finetti, *Tre personaggi della matematica*, 1971, p. 99.

> «Una cosa difficile – *ricorda infatti de Finetti* – è spesso il vedere le cose facili, ossia riuscire a distinguere, nel complesso di circostanze presenti in un problema, quelle che bastano per impostarlo, o che permettono di effettuare l'impostazione in diversi passi facili successivi.»[25]

Anche in questo caso, è la propria personale esperienza di direttore delle gare matematiche ad esser chiamata in causa da de Finetti, che rammenta come fosse stato proposto, in una di queste competizioni, il problema seguente: dato un triangolo (*ABC*), dividerlo in 5 parti di uguale area mediante una spezzata a zig-zag.

Il procedimento risolutivo appare semplice, se si pensa ai 5 triangoli uno alla volta. Infatti, per costruire il triangolo I, poiché deve essere interno al triangolo dato, sarà sufficiente prendere un punto, *D* ad esempio, sul lato $\overline{CB}$ in modo tale che $\overline{CD} = \frac{1}{5}\overline{CB}$.

In questo modo l'area del triangolo *ACD* è la quinta parte del triangolo di partenza:

$$A_{ACD} = \frac{\overline{CD} \times h_{\overline{CD}}}{2} = \frac{\frac{\overline{CB}}{5} \times h_{\overline{CB}}}{2} = \frac{1}{5}\frac{\overline{CB} \times h_{\overline{CB}}}{2} = \frac{1}{5} A_{ABC}.$$

Analogamente si procede per la costruzione del triangolo II osservando, però, che questo dovrà essere la quarta parte del triangolo rimanente (*ABD*), per cui occorre prendere il punto *E*, sul lato $\overline{AB}$, in modo tale che $\overline{AE} = \frac{1}{4}\overline{AB}$; per il III triangolo si sceglierà poi *F* su $\overline{DB}$ in modo tale che $\overline{DF} = \frac{1}{3}\overline{DB}$, ed infine si considererà *G*, punto medio del segmento $\overline{EB}$. La spezzata *ADEFG* soddisfa la tesi (fig. 10).

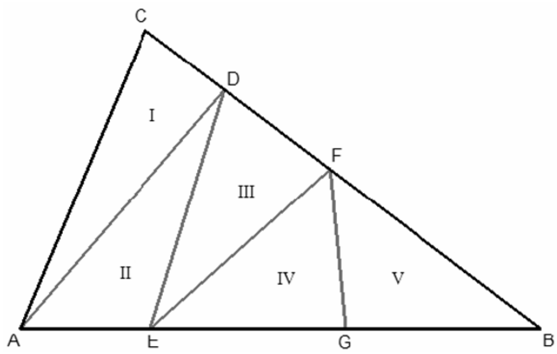

Fig. 10

[25] B. de Finetti *Il saper vedere in matematica*, 1967, p. 8.

L'esame delle risposte fornite è emblematico e disarmante ad un tempo, secondo de Finetti:

> «… qualcuno disse che non poteva rispondere a un problema dove entravano le quarte potenze perché "non aveva studiato le quarte potenze" o a un problema dove entrava una corona circolare perché "non aveva studiato le corone circolari" e via di questo passo, come se ogni particolare caso o sottocaso richiedesse una "teoria" ad hoc.»[26]

La difficoltà deriva, in sostanza, dall'incapacità dei più a 'vedere' il problema matematico nel suo complesso, considerandolo come un tutto unico, cosa che porta naturalmente, nel caso in oggetto, a ricercare delle regole di divisione a zig-zag. Abituati a pensare che "sapere la matematica" significhi sapere come rispondere e cosa fare, per filo e per segno, e che "capire la matematica" voglia dire essere in grado di seguire una catena di passaggi formali, di controllarne la correttezza e di confermare in tal modo l'esattezza della conclusione, i liceali italiani abbandonano presto il campo quando non riescono a dominare immediatamente un problema, accampando la scusa di non aver mai affrontato l'argomento a lezione.

Al contrario, de Finetti ricorda che, per giungere alla soluzione di qualunque problema, occorre innanzitutto penetrarne il significato e individuare la linea di pensiero che permette di ragionarvi sopra, procedendo un passo alla volta. La difficoltà iniziale è quella di non sapere da che parte cominciare, di fronte a un complesso intreccio di dati, nozioni e presupposti. È a questo stadio che la figura dell'insegnante si rivela essenziale, per rammentare all'allievo a che punto si trova (cioè a quali conoscenze iniziali è opportuno che presti particolare attenzione), dove deve arrivare (quindi quali sono le richieste del problema), e come vi si può avvicinare. In assenza di un tale approccio, accade sovente che lo studente si smarrisca, applicando correttamente, ma a casaccio, definizioni e proprietà.

Dal problema sopra citato il docente abile e 'creativo' può invece trarre spunto per ulteriori discussioni, osservando ad esempio che il metodo individuato è applicabile sia se si desidera una suddivisione del triangolo in un numero diverso di parti, sia se le aree delle differenti regioni, anziché uguali tra loro, sono in rapporti prefissati.

In quest'ultimo caso sarebbe necessario, oltre a costruire le diverse sezioni una alla volta a partire dalla I, determinare dapprima le aree parziali di ciascuna. Per esempio, supponendo di voler suddividere un triangolo dato ABC in 5 parti tali che la II sia doppia della I, la III tripla, la IV quadrupla e la V quintupla (Figura 11), si deve innanzitutto osservare che l'area totale del triangolo ABC è uguale a quella del triangolo I moltiplicata per $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$.

[26] B. de Finetti *Il saper vedere in matematica*, 1967, p. 9.

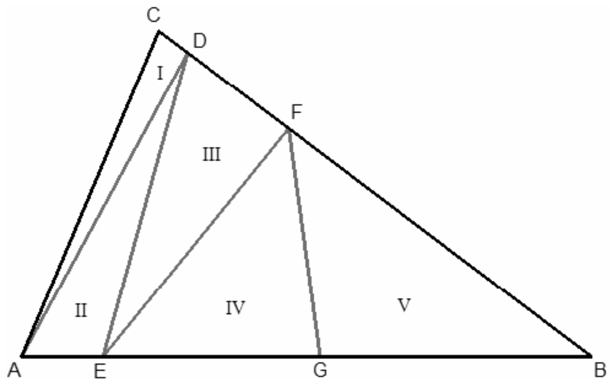

Fig. 11

A questo punto, si ripete lo stesso procedimento visto nel caso precedente, considerando però che il triangolo I deve avere area pari a $\frac{1}{15}$ dell'area totale di *ABC* (per cui $\overline{CD} = \frac{1}{15}\overline{CB}$); il II pari a $\frac{2}{14}$ dell'area del residuo triangolo *ABD* (per cui $\overline{AE} = \frac{1}{7}\overline{AB}$); il III pari a $\frac{3}{12}$ dell'area del triangolo *EBD* (per cui $\overline{DF} = \frac{1}{4}\overline{DB}$); infine il IV e il V rispettivamente pari a $\frac{4}{9}$ e $\frac{5}{9}$ del rimanente triangolo *EFB* (per cui $\overline{EG} = \frac{4}{9}\overline{EB}$).

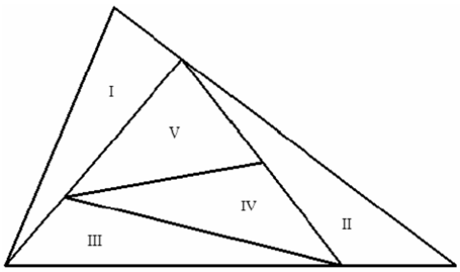

Fig. 12a

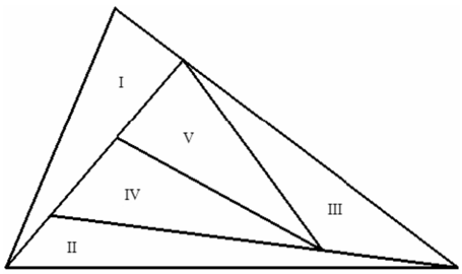

Fig. 12b

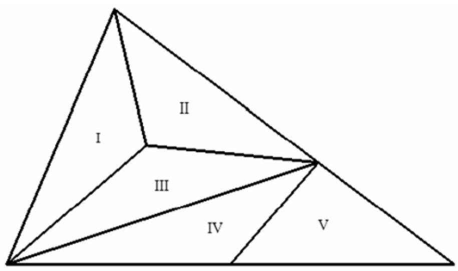

Fig. 12c

La procedura usata nei due esempi sopra descritti, conclude de Finetti, continua a valere anche per altri schemi di ripartizione che permettono di costruire i singoli triangoli uno dopo l'altro, come nelle figure 12a e 12b. Lo schema visualizzato in figura 12c risolve invece il problema della suddivisione del triangolo in 5 parti equivalenti costruendo i triangoli I, II e III insieme, poi il triangolo IV e infine il V. In questo caso si aggiunge il problema di dividere il triangolo I + II + III in tre parti uguali, scegliendo in modo opportuno un punto *P* al suo interno.

5. La proposta di de Finetti per un libro di testo

Come si è visto, secondo il metodo socratico-genetico l'introduzione dei diversi argomenti matematici deve prendere le mosse da esempi tratti dalla realtà, assecondando le curiosità degli studenti al fine di suscitare, in modo costruttivo, il loro gusto della scoperta e la loro voglia di cimentare l'efficacia della matematica nella risoluzione dei problemi della vita quotidiana e nella rigorizzazione del bagaglio di conoscenze già acquisite per altra via.

All'atto pratico, tuttavia, l'adozione di questo approccio comporta inevitabilmente il rischio che una discussione troppo spontanea risulti dispersiva e inconcludente e che un insegnante, per quanto preparato, non riesca ad individuare prontamente e a incanalare gli spunti che emergono in classe.

Per ovviare a questo inconveniente, de Finetti suggerisce di ricorrere ad un libro di testo pensato *ad hoc* come una guida per studenti e insegnanti: non un manuale in senso tradizionale, quindi, ma «un libro da poter utilizzare secondo l'estro della fantasia e della curiosità».[27]

Un tale libro-guida, nelle sue intenzioni, dovrebbe tracciare alcuni percorsi particolarmente promettenti per indirizzare il dialogo con gli studenti verso temi di effettiva rilevanza, impedendo che ci si perda in discussioni su aspetti sterili o fuorvianti.

La struttura che meglio si adatta a questo scopo è, per de Finetti, quella di tipo enciclopedico, ovvero una raccolta di voci di media ampiezza (una pagina all'incirca), così da evitare, ad un tempo, sia l'eccessiva concisione sia il nocivo affastellamento di nozioni superflue. Ciascuna voce dovrebbe essere indipendente dalle altre dal punto di vista del contenuto, in modo tale da non obbligare alla lettura preventiva di determinati argomenti per comprenderne degli altri; dovrebbero invece essere indicati con completezza tutti i rimandi alle voci che possono presentare analogie, differenze ed ulteriori sviluppi rispetto a quella che si sta 'studiando'. Dato l'uso prettamente didattico di una tale opera, dovrebbero essere pure previste alcune voci di carattere esemplificativo, del tutto simili alle altre, ma con la speciale funzione di attrarre l'attenzione degli allievi, fungendo da snodi per stabilire collegamenti tra settori diversi della matematica.

---

[27] B. de Finetti, *Insegnamento di materie scientifiche nella scuola media unica e preparazione degli insegnanti*, 1964, p. 88.

Solo un manuale così poco convenzionale come quello da lui proposto può, secondo de Finetti,[28] contrapporsi efficacemente alla massa di «libri scritti coi paraocchi adatti a preparare studenti che possono sapere tutto senza capire niente!»[29] e risultare un ausilio concreto per gli insegnanti nel loro difficile compito di formare la mentalità matematica delle giovani leve.

6. Conclusione e problemi aperti

Questo lavoro rappresenta un primo contributo alla ricostruzione del pensiero di de Finetti sull'insegnamento della matematica, che resta da indagare su più fronti, a partire dalla ricostruzione dettagliata delle fonti edite e inedite da lui utilizzate, dall'esame del contesto socio-culturale in cui esso maturò e dalla sua contestualizzazione nel *milieu* dei dibattiti sulle 'matematiche moderne'.

Pur senza addentrarci in una valutazione specifica di tutte le componenti della proposta educativa definettiana, riteniamo che essa presenti spunti di notevole originalità ed elementi di riflessione ancora attuali per tutti coloro – docenti e non – che sono impegnati sul fronte educativo.

Di là dagli aspetti prettamente scientifici dell'azione di de Finetti, riprendere in esame i suoi scritti di didattica significa inoltre riscoprire una bella lezione di impegno etico e civile, di amore per la matematica e per il suo insegnamento e di fiducia nei confronti dei docenti. Per dirla con le sue parole:

> «Potrà venir chiesto, in conclusione, cosa si dovrebbe fare per correggere la situazione esistente. […] Quel che occorre è un cambiamento di atmosfera, e per conseguirlo si dovrebbero moltiplicare le lodevoli eccezioni, di insegnanti che cercano di vivificare la loro materia sganciandosi dalle tiritere scolastiche, di giovani che sanno indovinare l'esistenza di qualcosa di affascinante pur sotto l'aridità di un programma. […] Se sarà una tale atmosfera a dare il tono a una scuola, tutto può andar bene anche senza innovazioni di ordinamento; in caso contrario ogni disposizione sarà priva di efficacia, per buona che fosse sulla carta.»[30]

Questo articolo ha origine dalla Tesi di Laurea di Silvia Capuzzo "Bruno de Finetti e l'insegnamento della matematica nella scuola secondaria" diretta da Livia Giacardi, con correlatore Erika Luciano, discussa presso l'Università di Torino nel luglio 2010.

---

[28] Alcune pagine, a titolo di esempio, sono riportate nell'articolo di B. de Finetti *Insegnamento di Materie scientifiche nella Scuola media unica e preparazione degli insegnanti*, 1964, p. 100-114.
[29] B. de Finetti, *Evoluzione verso una sintesi*, 1960, p. 528.
[30] B. de Finetti, *Scatenare l'intelligenza, non soffocarla*, 1960, p. 18.

Bibliografia primaria

B. DE FINETTI, *Considerazioni matematiche sull'eredità mendeliana*, *Metron*, 6, n. 1, 1926, pp. 3-41.

B. DE FINETTI, *Probabilismo, saggio critico sulla teoria delle probabilità e sul valore della scienza*, *Logos (Biblioteca di Filosofia, diretta da A. Aliotta)*, Napoli, Pezzella, 1931, pp. 163-219.

B. DE FINETTI, *Sul significato soggettivo della probabilità*, *Fundamenta Mathematicae*, 17, 1931, pp. 298-329.

B. DE FINETTI, *La funzione vivificatrice della matematica*, Discorso inaugurale per l'anno accademico 1948-49, Università di Trieste, Annuario Univ. Trieste 1949, pp. 19-34.

B. DE FINETTI, *Visione unitaria e visioni frammentarie sul ruolo delle probabilità nelle applicazioni*, in Centro di Studi Metodologici (a cura di), *Saggi di Critica delle Scienze*, Torino, De Silva, 1950, pp. 153-172.

B. DE FINETTI, *È difficile capire la matematica?*, Archimede, 6, 1954, pp. 206-212.

B. DE FINETTI, *La probabilità e le scienze sociali*, *L'Industria*, n. 4, 1955, pp. 467-495.

B. DE FINETTI, *Paradossi in tema d'insegnamento*, Civiltà delle Macchine, 5, n. 3, 1957, pp. 68-71.

B. DE FINETTI, *La scuola in crisi*, Civiltà delle macchine, 5, n. 5-6, 1957, pp. 81-82.

B. DE FINETTI, *Scatenare l'intelligenza, non soffocarla*, Mercurio, 3, n. 9, 1960, pp. 13-18.

B. DE FINETTI, *Evoluzione verso una sintesi*, Statistica, 20, 1960, p. 527-538.

B. DE FINETTI, *Riflessioni su una gara matematica*, Archimede, 14, 1962, pp. 273-290.

B. DE FINETTI, *Obiettività e oggettività: critica a un miraggio*, La Rivista Trimestrale, 1, n. 2, 1962, pp. 343-367.

B. DE FINETTI, *Insegnamento di materie scientifiche nella scuola media unica e preparazione degli insegnanti*, Periodico di Matematiche, 42, n. 1-2, 1964, pp. 72-114.

B. DE FINETTI, *Programmi e criteri per l'insegnamento della matematica alla luce delle diverse esigenze*, Periodico di Matematiche, 43, 2, 1965, pp. 119-143.

B. DE FINETTI, *Come liberare l'Italia dal morbo della trinomite?*, Periodico di Matematiche, 43, 4, 1965, pp. 325-329.

B. DE FINETTI, *Opinioni*, Periodico di Matematiche, 43, 5, 1965, pp. 404-414.

B. DE FINETTI, *Paradossi sulle medie*, Periodico di Matematiche, 44, 2, 1966, pp. 138-150.

B. DE FINETTI, *Le proposte per la matematica nei nuovi licei: informazioni, commenti critici, suggerimenti*, Periodico di Matematiche, 45, 2, 1967, pp. 75-153.

B. DE FINETTI *Il saper vedere in matematica*, Torino, Loescher, 1967.

B. DE FINETTI, *Oscar Chisini ed il Suo insegnamento*, Periodico di Matematiche, 46, 1-2, 1968, pp. 26-33.

B. DE FINETTI, *L'apprendimento della matematica*, La Riforma della Scuola, 4, 1969, pp. 11-17.

B. DE FINETTI, *Tre personaggi della matematica*, Le Scienze, 39, 1971, p. 86-101.

B. DE FINETTI, *Pregiudizio e libertà*, Scientia, 97, 5, 1972, pp. 765-776.

B. DE FINETTI, *Le stimolanti suggestioni di Exeter rivissute leggendone i «Proceedings»*, Periodico di Matematiche, 49, 6, 1973, pp. 7-38.

B. DE FINETTI, *Voci autenticamente cristiane di educatori ammirevoli*, Periodico di Matematiche, 49, 4, 1973, pp. 15-25.

B. DE FINETTI, *Alcuni spunti da tre relazioni di T. Varga, S. Ciampa, H. Freudenthal*, Periodico di Matematiche, 49, 3, 1973, pp. 22-27.

B. DE FINETTI, ... *Attendendo Godot*, Periodico di Matematiche, 50, 3, 1974, pp. 3-11.

B. DE FINETTI, *Contro la «Matematica per deficienti»*, Periodico di Matematiche, 50, 1-2, 1974, pp. 95-123.

B. DE FINETTI, *Dopo otto anni, parole, purtroppo, ancora attuali!*, Periodico di Matematiche, 50, 4-5, 1974, pp. 91-107.

B. DE FINETTI, *Il buon senso e le foglie di fico. Hans Freundenthal sull'insegnamento della Probabilità*, Bollettino UMI, (4) 12, suppl. fasc. 3, 1975, pp. 1-9.

B. DE FINETTI, *Opere scelte*, a cura dell'UMI e dell'AMASES, Edizioni Cremonese, 2006, vol. I e I I.

Bibliografia secondaria

ARZARELLO, F., FURINGHETTI F., GIACARDI L., MENGHINI M., *ICMI Renaissance: the emergence of new issues in mathematics education*, in *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and shaping the world of mathematics education*, Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana, 2008, pp. 131-147.

BISCHI, G.I., *A tutto tondo. Un ritratto di Bruno de Finetti (attraverso interviste e testimonianze)*, Lettera Matematica Pristem, 61, pp. 4-15, http://www.econ.uniurb.it/bischi/LM61_Bischi_dossier_deFinetti.pdf.

CAPUZZO, S. 2010, Bruno de Finetti e l'insegnamento della matematica nella scuola secondaria, tesi di Laurea, relatrice Livia Giacardi, correlatrice Erika Luciano, Torino, Università di Torino.

CIARRAPICO, L., *L'insegnamento della matematica dal passato recente all'attualità*, Archimede, Anno LIV, 3, 2002, pp. 123-129.

DABONI, L., *Necrologio [di Bruno de Finetti]*, Bollettino UMI, (6), I A, n. 2, 1987, pp. 283-308.

DE FINETTI, F. (a cura di), Sito web *Bruno de Finetti*, http://www.brunodefinetti.it/.

DE FINETTI, F., NICOTRA L., *Bruno de Finetti un matematico scomodo*, Livorno, Belforte, 2008.

FURINGHETTI, F., GIACARDI, L. (a cura di), sito web *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008)*, http://www.icmihistory.unito.it.

GIACARDI, L. (a cura di), *Da Casati a Gentile. Momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, Pubblicazioni del Centro Studi Enriques 6, Milano, Agorà Publishing, 2006.

GIACARDI, L., ROERO, C.S (a cura di), *Matematica, arte e tecnica nella storia in memoria di T. Viola*, Torino, Kim Williams Books, 2006.

GIACARDI, L., *Humanitas scientifica e democratizzazione del sapere. Vailati e il progetto di riforma dell'insegnamento della matematica*, in C.S. Roero (a cura di), *Peano e la sua scuola fra matematica, logica e intercultura*, *Atti del Congresso Internazionale di Studi (Torino, 6-7 ottobre 2008)*, Torino, Deputazione subalpina di storia patria, 2010, pp. 405-436.

GIACARDI, L., *The Italian contribution to the International Commission on Mathematical Instruction from its founding to the 1950s,* in *Dig where you stand. Proceedings of the Conference on On-going Research in the History of Mathematics Education* (Iceland, June 21 – 23, 2009), University of Iceland, Reykjavik, pp. 47-64.

LUCIANO, E., *I dibattiti sull'insegnamento della Logica da Peano a Bourbaki*, in F. Ferrara, L. Giacardi, M. Mosca, Associazione Sub. Mathesis, Conferenze e Seminari 2008-2009, Kim Williams Books, Torino, pp. 211-245.

LUCIANO, E., *Sulla didattica della Logica Matematica*, in C.S. Roero (a cura di), *Peano e la sua scuola fra matematica, logica e intercultura*, *Atti del Congresso Internazionale di Studi (Torino, 6-7 ottobre 2008)*, Torino, Deputazione subalpina di storia patria, 2010, pp. 279-315.

LUCIANO, E., *The Hypothetic-Deductive Teaching of Geometry in Italy: the PROPOSALS of the School of Peano (1890-1923)*, in K. Bjarnadóttir, F. Furinghetti, J. Matos, G. Schubring (eds.), *Proceedings of the II International Conference on the History of Mathematics Education***,** Lisbon, UIED, 15 p., in corso di stampa.

RIZZI, B., *de Finetti e il Periodico di Matematiche*, Periodico di Matematiche, 2, 2-3, 1995, pp. 69-76.

VITA, V., *I programmi di matematica per le scuole secondarie dall'unità d'Italia al 1986: rilettura storico-critica*, Unione Matematica Italiana, Bologna, Pitagora, 1986.

Torino, 1 marzo 2012